

Predicción de Distress Contable bajo Fuga del Objetivo: Un Marco de Tres Estimands con Evidencia de Empresas Privadas Colombianas

Jhon Alexander Jiménez Triviño, Ph.D.
Banca de Inversión y Valoración de Empresas
Colombia

Esta versión: Junio 2026

DESTACADOS

- Proponemos un marco de tres estimands para la predicción de distress basada en contabilidad que distingue clasificación contemporánea, predicción prospectiva y predicción de transición; la brecha empírica entre ellos cuantifica la contribución de la fuga del objetivo al desempeño aparente en muestra.
- Muestra de 192.458 firmas-año de Supersociedades Colombia, 2018-2024, que abarca 37.653 corporativos formales únicos en 87 divisiones industriales.
- Los tres estimands producen AUCs de 0,955 (contemporáneo, con fuga definicional), 0,826 (prospectivo, IC 95% [0,819; 0,829]) y 0,654 (transición, IC 95% [0,643; 0,661]); la brecha de 13-30 puntos porcentuales se interpreta como el componente de fuga, no como desempeño comparativo entre modelos.
- La validación walk-forward fuera de tiempo en 2019-2023 produce AUCs de 0,78-0,85, incluyendo el año de choque COVID-19 (AUC de prueba 2020 = 0,84).
- Sobre un panel histórico colombiano separado donde todos los insumos de Altman (1968, 1995) están disponibles, el logit local mejora el AUC en 15-19 puntos porcentuales sobre benchmarks de Altman correctamente orientados (bootstrap pareado $p < 0,005$).
- Una referencia externa cruzada contra 3.575 eventos legales de insolvencia del registro público de Supersociedades (2022-2025) - eventos no usados para estimación - encuentra que el 80,5% de las liquidaciones judiciales subsecuentes tenían PD predicho $\geq 10\%$ un año antes; esta es evidencia asimétrica condicional a eventos observados.
- El marco es portable a cualquier entorno predictivo donde el conjunto de predictores y el resultado comparten una identidad contable. Las estimaciones puntuales colombianas no se recomiendan para entidades en las divisiones CIIU K64 y K66 (intermediación monetaria y auxiliares financieros), donde las estructuras de balance saturan la razón de capitalización.

RESUMEN

La predicción de distress basada en contabilidad es metodológicamente delicada cuando predictores y resultados comparten variables contables: la fuga del objetivo (target leakage) resultante infla el desempeño aparente en muestra y oscurece el contenido predictivo genuino del modelo. Proponemos un marco de tres estimands —clasificación contemporánea, predicción prospectiva y predicción de transición— que cuantifica y neutraliza parcialmente esta dependencia. Usando 192.458 firmas-año del regulador colombiano Supersociedades para 2018-2024, estimamos un logit parsimonioso de dos razones combinando rentabilidad operativa (EBIT/Activos Totales) y capitalización (Patrimonio/Activos Totales) sobre 37.653 corporativos formales únicos. Los tres estimands producen AUCs de 0,955 (contemporáneo,

con fuga definicional), 0,826 (prospectivo, IC 95% [0,819; 0,829]) y 0,654 (transición, IC 95% [0,643; 0,661]); la brecha de 13-30 puntos porcentuales cuantifica la magnitud del componente de fuga. La validación walk-forward fuera de tiempo en 2019-2023 produce AUCs de 0,78-0,85, incluyendo el año COVID-19. Sobre un panel histórico colombiano separado donde todos los insumos de Altman (1968, 1995) están disponibles, el logit local mejora el AUC en 15-19 puntos porcentuales sobre benchmarks de Altman correctamente orientados (bootstrap pareado $p < 0,005$). Una referencia externa cruzada contra 3.575 eventos legales de insolvencia del registro público de Supersociedades (2022-2025) —eventos no usados para estimación— encuentra que el 80,5% de las liquidaciones judiciales subsecuentes tenían PD predicho $\geq 10\%$ un año antes de la apertura; esta es evidencia asimétrica condicional a eventos observados y no cuantifica los falsos positivos en la población. El marco es la contribución primaria; las estimaciones colombianas ilustran su aplicación. El score no se recomienda para entidades en las divisiones CIIU K64 y K66, donde las estructuras de balance saturan la razón de capitalización.

Palabras clave: Distress financiero; fuga del objetivo; validación prospectiva; predicción de transición; Colombia; mercados emergentes; logit; sesgo de supervivencia; calibración.

Clasificación JEL: G33 (Bancarrota; Liquidación); G32 (Estructura de Capital); M41 (Contabilidad); C52 (Evaluación de Modelos).

I. Introducción

Problema. Predecir el distress financiero en empresas privadas de mercados emergentes es empíricamente difícil. Los precios de mercado que agregarían las expectativas prospectivas de los inversores no están disponibles; los datos contables están sujetos a reclasificaciones, revaluaciones y calidad variable de auditoría; el objetivo inferencial mismo es a menudo ambiguamente definido. Colombia ejemplifica este entorno: menos de cien firmas están listadas en la Bolsa de Valores de Colombia, mientras aproximadamente 30.000-37.000 corporativos presentan estados financieros anuales a la Superintendencia de Sociedades (Supersociedades) bajo umbrales regulatorios. La mayor parte del riesgo de crédito en el sector corporativo formal colombiano es por tanto soportada por empresas privadas cuyo distress debe ser inferido de fundamentos contables solamente.

Brecha en la literatura. Existe una literatura sustancial de distress basada en contabilidad, originada con Beaver (1966) y Altman (1968) y extendida vía logit (Ohlson, 1980), modelos de hazard (Shumway, 2001; Campbell, Hilscher y Szilagyi, 2008) y adaptaciones a mercados emergentes (Pereiro, 2001, 2010). Lo que esta literatura no ha abordado sistemáticamente —y lo que operacionalizamos aquí— es la consecuencia inferencial de una característica endémica: cuando el resultado de interés (distress) se define usando variables contables que también entran como predictores, la fuga del objetivo resultante infla el desempeño aparente en una magnitud que no es visible en ninguna regresión individual sino que emerge como una brecha entre estimands que difieren en su estructura temporal y condicional.

La fuga del objetivo formalmente. Kaufman, Rosset y Perlich (2012) definen la fuga del objetivo como la inclusión no intencional de información del resultado en los predictores. En predicción de distress contable esta dependencia no es evitable mediante ingeniería de características cuando el distress se define como, por ejemplo, pérdidas operativas severas ($R1 < \text{umbral}$) o patrimonio negativo ($R4 < 0$) —las mismas razones sirven como predictores. La validación prospectiva (predecir $t+1$ desde t) rompe la coincidencia temporal pero la persistencia en el estado de distress preserva un canal de dependencia mecánica. La prueba más limpia es la predicción de transición: condicional a que una firma esté sana en t ,

predecir el deterioro en $t+1$. La brecha empírica entre los AUCs contemporáneo y de transición mide la magnitud de la fuga.

Datos y método. Usamos la base Estados Financieros de Supersociedades para 2018-2024 (post-NIIF), que produce 192.458 firmas-año de 37.653 firmas únicas en 87 divisiones industriales CIIU de dos dígitos. Estimamos un logit parsimonioso de dos razones ($R1 = \text{EBIT}/\text{Activos Totales}$, $R4 = \text{Patrimonio}/\text{Activos Totales}$) bajo tres resultados: clasificación contemporánea en t , predicción prospectiva en $t+1$, y predicción de transición condicional a estar sana en t . Los predictores se winsorizan en los percentiles 1 y 99; los errores estándar se agrupan por firma; la validación walk-forward fuera de tiempo re-estima el modelo anualmente con umbrales de winsorización calculados solo sobre la ventana de entrenamiento.

Resultados principales. Los tres estimands producen valores de AUC de 0,955, 0,826 (IC 95% [0,819; 0,829]) y 0,654 (IC 95% [0,643; 0,661]), respectivamente; la brecha de 13-30 puntos porcentuales se interpreta como la magnitud de la dependencia definicional en lugar de como desempeño competitivo entre modelos. El AUC walk-forward en 2019-2023 varía de 0,78 a 0,85, incluyendo el año COVID-19. Sobre un panel histórico colombiano separado (2006-2018) donde todos los insumos de Altman (1968, 1995) están disponibles, el logit local de dos razones mejora el AUC en 15-19 puntos porcentuales sobre benchmarks de Altman correctamente orientados (bootstrap pareado $p < 0,005$). Un tercer predictor candidato (retorno operativo sobre patrimonio) contribuye esencialmente con cero AUC prospectivo adicional. Se reporta una especificación Cox de hazards proporcionales con $R1$ y $R4$ variantes en el tiempo como verificación de robustez basada en duración; su ventaja aparente de AUC sobre el logit se muestra que refleja recalibración local más que una propiedad estructural de la forma de duración. Una referencia externa cruzada contra el registro público de Supersociedades de 3.575 eventos legales de insolvencia (2022-2025) —eventos no usados en estimación— encuentra que el 80,5% de las liquidaciones judiciales subsecuentes tenían PD predicho $\geq 10\%$ un año antes; discutimos la naturaleza asimétrica de esta evidencia en la Sección V.J.

Contribución. Nuestra contribución primaria es metodológica: proponemos y aplicamos un marco de tres estimands que distingue clasificación contemporánea, predicción prospectiva y predicción de transición, y documentamos la magnitud de la brecha inferencial entre ellos en un entorno donde la fuga del objetivo es endémica. El marco es portable a cualquier problema predictivo en el que el conjunto de predictores y el resultado compartan una identidad contable. Las estimaciones puntuales colombianas ilustran el marco en lugar de constituir la contribución. Las contribuciones secundarias son el benchmarking manzanas-con-manzanas contra Altman sobre un panel histórico separado donde todos los insumos de Altman están disponibles, un análisis formal de sensibilidad de la selección inducida por la atrición, y la referencia externa cruzada contra eventos legales de insolvencia (Sección V.J).

Alcance. No afirmamos que ninguno de nuestros resultados coincida con la insolvencia legal. El score se calibra sobre distress contable en corporativos formales por encima de los umbrales de reporte de Supersociedades; no se recomienda para entidades clasificadas en las divisiones CIIU K64 (intermediación monetaria) y K66 (auxiliares financieros), donde las estructuras de balance saturan la razón de capitalización.

Organización. La Sección II revisa la literatura relevante. La Sección III describe los datos, la construcción muestral y la atrición del panel. La Sección IV presenta las tres definiciones de resultado y el marco metodológico. La Sección V reporta diagnósticos de fuga, la especificación parsimoniosa con su

fórmula operativa, validación walk-forward, calibración y estabilidad poblacional, benchmarking contra Altman, robustez sectorial, una especificación Cox como robustez basada en duración, y la referencia externa cruzada contra eventos legales de insolvencia. La Sección VI discute implicaciones y limitaciones. La Sección VII concluye.

II. Literatura Relacionada

A. Modelos Fundacionales de Predicción de Distress

La literatura de predicción de distress basada en contabilidad se origina con Beaver (1966) y Altman (1968). Altman aplicó Análisis Discriminante Multivariado (ADM) a 66 firmas manufactureras de EE.UU., produciendo el celebrado Z-score: una combinación lineal de Capital de Trabajo/AT, Utilidades Retenidas/AT, EBIT/AT, Valor de Mercado del Patrimonio/Pasivos Totales, y Ventas/AT. Las variantes Z' (1983) y Z'' (1995) de Altman modificaron la especificación para firmas privadas y de mercados emergentes reemplazando apalancamiento basado en mercado por apalancamiento basado en libros y eliminando la razón ventas/activos.

Ohlson (1980) reemplazó ADM con regresión logística, argumentando que esta última no requiere normalidad multivariada ni matrices de covarianza iguales. El logit se convirtió en el estándar para trabajo académico. Shumway (2001) introdujo modelos de hazard en tiempo discreto que explotan la estructura de panel de los datos firma e incorporan covariables variantes en el tiempo. Campbell, Hilscher y Szilagyi (2008) refinaron adicionalmente este marco, logrando valores AUC alrededor de 0,88 en datos de EE.UU. usando una combinación de predictores contables y de mercado.

B. Predicción de Distress en Mercados Emergentes

Pereiro (2001, 2010) enfatiza que la calibración local es esencial en mercados emergentes, donde los fundamentos difieren de los entornos de mercados desarrollados. Para Colombia, Sarmiento-Sabogal y Sadeghi (2014, 2015) y Sarmiento-Sabogal et al. (2021) desarrollan métodos para estimar el costo de patrimonio para firmas no listadas usando fundamentos contables. Caicedo-Cerezo (2006) provee uno de los primeros estudios sistemáticos de predicción de distress para Colombia, pero con una muestra sustancialmente más pequeña que la nuestra. Bai y Green (2020) documentan que los factores país e industria operan como impulsores independientes de los retornos accionarios en mercados emergentes parcialmente integrados, con implicaciones para la validez de estimaciones de costo de patrimonio basadas en CAPM importado.

C. Fuga del Objetivo y Validación Prospectiva

Un problema metodológico crítico en modelado predictivo aplicado es la fuga del objetivo: la inclusión no intencional de información sobre el resultado en los predictores. Kaufman et al. (2012) describen la fuga como uno de los errores más comunes en modelado predictivo del mundo real. En predicción de distress, la fuga surge comúnmente cuando el resultado se define usando variables contables que también aparecen como predictores. El remedio es la validación prospectiva: predecir el resultado en $t+1$ usando predictores observados en t (Hyndman y Athanasopoulos, 2018). La validación cruzada walk-forward provee una salvaguarda adicional contra fugas de información del futuro al pasado.

III. Datos y Muestra

A. Fuente y Construcción de Variables

La base Estados Financieros de Supersociedades es el repositorio regulatorio para entidades corporativas formales colombianas que exceden los umbrales estatutarios de reporte. Restringimos nuestro análisis al periodo post-NIIF (2018-2024) por consistencia contable. Requerimos valores no faltantes para activos totales, pasivos totales, patrimonio, utilidad operativa, ingresos operativos y utilidad bruta, y eliminamos observaciones con activos totales no positivos. Winsorizamos todas las razones financieras en los percentiles 1 y 99 para mitigar valores atípicos extremos, siguiendo Adams et al. (2019). Para la validación walk-forward, los umbrales de winsorización se estiman usando solo la muestra de entrenamiento (años hasta t-1) y luego se aplican al año de prueba, previniendo cualquier sesgo de mirada hacia adelante en la evaluación fuera de tiempo.

Tres razones contables forman la base de nuestro análisis:

$$R1 = \text{Utilidad Operativa} / \text{Activos Totales} \quad (1)$$

$$R4 = \text{Patrimonio Total} / \text{Activos Totales} \quad (2)$$

$$\text{ROE}_{\text{op}} = \text{Utilidad Operativa} / \text{Patrimonio Total} \quad (3)$$

R1 captura rentabilidad operativa escalada por tamaño de activos; R4 mide capitalización (la inversa del apalancamiento); ROE_op es matemáticamente equivalente a R1/R4. La Sección V.B evalúa críticamente la contribución de ROE_op y finalmente recomienda la especificación parsimoniosa R1+R4.

B. Tres Definiciones de Resultado de Distress

Resultado A (clasificación contemporánea, t):

$$\text{DISTRESS}_t = 1 \text{ si } (E_t < 0) \text{ O } (PT_t > AT_t) \text{ O } (R1_t < -0,10) \quad (4)$$

Resultado B (predicción prospectiva, t+1):

$$\text{DISTRESS}_{\{i,t+1\}} = \text{mismas condiciones evaluadas en } t+1, \text{ predictores en } t \quad (5)$$

Resultado C (predicción de transición):

$$\text{TRANSITION}_{\{i,t+1\}} = \text{DISTRESS}_{\{i,t+1\}} \mid \text{DISTRESS}_{\{i,t\}} = 0 \quad (6)$$

El Resultado A se reconoce como un clasificador de salud financiera con dependencia definicional sobre R1 y R4 (la Sección V.A documenta la magnitud). El Resultado B es el pronóstico genuino a un periodo; la dependencia definicional se rompe por la separación temporal, aunque la autocorrelación en los estados de distress preserva un canal de persistencia. El Resultado C es la métrica más exigente: captura solo firmas transicionando hacia distress desde estados previamente sanos.

No afirmamos que ninguno de estos resultados coincida con la insolvencia legal. Supersociedades no marca eventos legales de liquidación, reorganización o disolución en la extracción estándar; por tanto restringimos nuestros resultados a definiciones basadas en contabilidad y reconocemos esta limitación en la Sección VI.B.

C. Construcción Muestral, Reconciliación y Atrición

La muestra analítica completa filtrada comprende 192.458 firmas-año de 37.653 firmas únicas en 87 divisiones industriales CIIU de dos dígitos. La extracción cruda contiene 37.783 firmas únicas antes de los filtros analíticos. Construimos el panel prospectivo vinculando cada observación en año t con el resultado de la misma firma en año t+1. Las firmas no observadas en t+1 se excluyen del panel

prospectivo (151.710 firmas-año). El panel de transición se restringe adicionalmente a firmas no en distress (142.214 firmas-año).

Tabla Tabla I

Reconciliación Muestral (firmas-año)

Paso	Firmas-año	Notas
Cruda 2018-2024 (post filtros)	192,458	37,653 firmas analíticas × 87 divisiones CIIU
Panel prospectivo (Resultado B)	151,710	(i, t) con resultado t+1 observable
Panel de transición (Resultado C)	142,214	Subconjunto con DISTRESS_t = 0
Sin resultado t+1 observable	40,748	Observaciones del último año y firmas que salen antes de t+1

El condicionamiento implícito sobre firmas observadas en t+1 introduce sesgo de supervivencia potencial. La Tabla II documenta la atrición anual: en promedio, el 7,7% de las firmas observadas en año t no son observadas en t+1, con un rango anual de 5,5% a 10,3%. Crucialmente, la tasa promedio de distress entre firmas saliendo del panel (23,0%) es aproximadamente 3,7 veces la tasa entre firmas persistentes (6,3%). La dirección del sesgo resultante en nuestras estimaciones de AUC es teóricamente ambigua. Presentamos nuestras estimaciones prospectivas como condicionales a la supervivencia de las firmas en el panel reportador hasta t+1 e interpretamos los valores de AUC en consecuencia.

Tabla Tabla II

Atrición Anual del Panel y Asimetría de Distress

Año (t)	N en t	Persistentes	Atricionadas	Tasa atrición	Distress atricion.	Distress persist.
2018	19,263	17,941	1,322	6.9%	21.9%	7.4%
2019	25,416	23,183	2,233	8.8%	19.3%	5.9%
2020	28,882	26,762	2,120	7.3%	24.5%	6.8%
2021	28,954	26,866	2,088	7.2%	20.6%	5.9%
2022	30,843	29,134	1,709	5.5%	31.1%	6.2%
2023	31,019	27,824	3,195	10.3%	20.8%	5.8%
Prom.	—	—	—	7.7%	23.0%	6.3%

Un análisis formal de sensibilidad confirma que este condicionamiento introduce sesgo limitado bajo supuestos plausibles. Imputar todas las firmas atricionadas como sanas reduce el AUC prospectivo en solo 0,09 puntos porcentuales (de 0,8099 a 0,8090); imputar selectivamente solo aquellas con deterioro contable previo aumenta ligeramente el AUC en 0,68 puntos porcentuales (a 0,8167). Solo bajo el supuesto extremo y empíricamente inverosímil de que el 100% de la atrición es distress oculto el AUC

cae materialmente (a 0,7304, una reducción de 7,95 puntos porcentuales). Un tratamiento panel-econométrico más estándar sería la ponderación por probabilidad inversa (IPW) basada en un modelo de $P(\text{atrición} \mid \text{características observadas})$; reportamos escenarios de sensibilidad en lugar de IPW porque las variables que plausiblemente impulsan la selección no son todas observables en el extracto disponible (ver Sección VI.B).

Tabla Tabla III

Estadísticas Descriptivas

Variable	Media	DE	P25	P75	N
R1 (EBIT/AT)	0.046	0.114	-0.006	0.107	192,458
R4 (P/AT)	0.398	0.299	0.197	0.625	192,458
ROE_op	0.122	0.461	-0.026	0.295	192,458
DISTRESS_t (Res. A)	0.0745	0.263	—	—	192,458
DISTRESS_{t+1} (Res. B)	0.0699	0.257	—	—	151,710
TRANSITION_{t+1} (Res. C)	0.0323	0.178	—	—	142,214

IV. Metodología

A. Especificación Principal: Logit

Siguiendo a Ohlson (1980), nuestro modelo principal es regresión logística. Estimamos dos especificaciones: el modelo parsimonioso recomendado M1 y un modelo de tres variables M2 retenido para comparación con la literatura previa.

$$M1: P(\text{DISTRESS}_{\{i,t+1\}} = 1 \mid X_{\{i,t\}}) = \Lambda(\alpha + \beta_1 \cdot R1_{\{i,t\}} + \beta_2 \cdot R4_{\{i,t\}}) \quad (7)$$

$$M2: P(\text{DISTRESS}_{\{i,t+1\}} = 1 \mid X_{\{i,t\}}) = \Lambda(\alpha + \beta_1 \cdot R1 + \beta_2 \cdot R4 + \beta_3 \cdot \text{ROE_op}) \quad (8)$$

donde $\Lambda(\cdot)$ denota la CDF logística. Los errores estándar se agrupan por identificador de firma (NIT) para tomar en cuenta la estructura panel de los datos.

B. Logit Pooled con Efectos Fijos de Año y Sector

Estimamos adicionalmente un logit pooled con efectos fijos de año y sector (M3). Los efectos fijos de año capturan choques macroeconómicos comunes a todas las firmas en un año dado, y los efectos fijos de sector capturan diferencias industriales invariantes en el tiempo. Una especificación de duración propiamente dicha (Cox de hazards proporcionales) se reporta en la Sección V.I como verificación de robustez basada en duración.

$$M3: P(\text{DISTRESS}_{\{i,t+1\}} = 1) = \Lambda(\alpha + \beta_1 \cdot R1_{\{i,t\}} + \beta_2 \cdot R4_{\{i,t\}} + \gamma_y + \delta_s) \quad (9)$$

Incluimos dummies de año para 2019-2023 (con 2018 como base omitida) y dummies de sector para las 30 mayores divisiones CIIU de dos dígitos. Errores estándar agrupados por NIT.

C. Marco de Validación

Empleamos cuatro estrategias de validación. Primero, reportamos desempeño contemporáneo in-sample (Resultado A) como benchmark. Segundo, reportamos desempeño prospectivo in-sample (Resultado B). Tercero, reportamos desempeño de transición in-sample (Resultado C). Cuarto, conducimos validación walk-forward fuera de tiempo.

Las métricas de desempeño incluyen el Área Bajo la Curva ROC (AUC) con intervalos de confianza bootstrap del 95% (500 remuestras), el Brier Score, el Brier Skill Score (BSS), los Errores de Calibración Esperado y Máximo (ECE y MCE), y tablas de calibración a nivel de decil. Evaluamos diferencias en AUC entre benchmarks vía bootstrap pareado (DeLong et al., 1988). Una nota sobre los AUC reportados: el AUC prospectivo principal de 0,826 se estima sobre el panel estricto prospectivo de 151.710 firmas-año. Diferencias ligeras en AUC entre análisis alternativos (0,810 en el sub-panel de duración; 0,821 en el sub-panel de recalibración de Altman, restringido a 161.253 firmas-año; 0,845 en el panel histórico comparativo 2006-2018) reflejan definiciones de submuestra adoptadas para cada análisis específico.

V. Resultados Empíricos

A. Diagnósticos de Fuga

Comenzamos cuantificando la fuga definicional en el Resultado A. El indicador de distress combina tres condiciones: patrimonio negativo (4,31% de las observaciones), pasivos excediendo activos (4,52%), y pérdidas operativas severas ($R1 < -0,10$, 4,62%). Las primeras dos condiciones son matemáticamente equivalentes bajo la identidad contable $AT = PT + E$ y de hecho coinciden en el 99,7% de las observaciones (la discrepancia del 0,3% refleja redondeo en los reportes regulatorios y ajustes de reclasificación). La tercera condición es una función directa del predictor $R1$.

Aproximadamente el 39% de las observaciones en distress se clasifican únicamente por la tercera condición ($R1 < -0,10$), y un 35% adicional únicamente por las condiciones basadas en patrimonio. Estos constituyen relaciones mecánicas directas entre predictores y resultado, no patrones estadísticos.

El impacto empírico de esta fuga es grande. Estimamos la misma especificación logit con tres resultados diferentes, manteniendo los predictores constantes. Con Resultado A (contemporáneo), $AUC = 0,9549$. Con Resultado B (prospectivo), $AUC = 0,8257$ —una caída de 12,9 puntos porcentuales. Con Resultado C (transición), $AUC = 0,6543$ —una caída adicional de 17,1 puntos porcentuales. Interpretamos el AUC contemporáneo como reflejando tanto información genuina del predictor como dependencia definicional; el AUC prospectivo como reflejando predicción con persistencia; y el AUC de transición como la prueba más limpia de predicción de nuevo deterioro.

B. Especificación Parsimoniosa de Dos Razones y Fórmula Operativa

Tabla IV

Coefficientes Logit: Prospectivo y Transición

Variable	M2 Prosp	M1 Prosp (R1+R4)	M2 Transición	M1 Transición
constante	-1.1895*** (-52.61)	-1.2011*** (-54.45)	-2.4059*** (-67.47)	-2.4172*** (-68.90)
R1	-6.5162*** (-37.99)	-6.7120*** (-43.28)	-3.6769*** (-9.23)	-3.9491*** (-13.02)
R4	-3.4455*** (-56.09)	-3.4259*** (-56.48)	-1.5166*** (-22.26)	-1.4902*** (-23.01)

ROE_op	-0.0889*** (-3.49)	—	-0.0885 (-1.06)	—
N	151,710	151,710	142,214	142,214
AUC	0.8256	0.8257	0.6514	0.6543

R1 y R4 son fuertemente significativos ($p < 0,001$) en las cuatro especificaciones, con el signo negativo esperado. ROE_op es significativo en la especificación prospectiva ($p < 0,001$) pero no en la de transición. Eliminar ROE_op deja el AUC esencialmente sin cambios. Concluimos que ROE_op no contribuye información predictiva significativa más allá de lo que R1 y R4 conjuntamente proveen. La especificación recomendada es la parsimoniosa M1.

B.1. Fórmula Operativa de Scoring

Para una firma con rentabilidad operativa $R1 = \text{EBIT}_t / \text{AT}_t$ y capitalización $R4 = \text{Patrimonio}_t / \text{AT}_t$, la probabilidad predicha de distress contable en $t+1$ es:

$$z = -1.2011 + (-6.7120) \cdot R1 + (-3.4259) \cdot R4 \quad (10)$$

$$P(\text{DISTRESS}_{\{t+1\}} = 1) = 1 / (1 + \exp(-z)) \quad (11)$$

Tanto los coeficientes de pendiente como el intercepto son altamente significativos bajo errores estándar cluster-robustos por firma. El AUC estimado es 0,8257 (IC 95% bootstrap [0,8189; 0,8294]).

C. Pruebas Estadísticas del Modelo Final

Tabla Tabla V

Pruebas Estadísticas sobre el Modelo Final M1

Prueba	Estadística	p-valor / IC 95%	Interpretación
IC bootstrap AUC	AUC = 0.8257	[0.8189, 0.8294]	Estimación precisa
IC bootstrap AUC transición	AUC = 0.6543	[0.6426, 0.6608]	Precisión útil para transición
Prueba Wald conjunta	$\chi^2 = 5,894$	$p < 0.0001$	R1 y R4 conjuntamente significativos
LR M1 vs M2	LR = 18.92	$p = 0.000014$	$\Delta\text{AUC} \approx 0$: M1 preferido por parsimonia
Hosmer-Lemeshow	$\chi^2 = 2,695$	$p < 0.001$	Artefacto N grande; ECE = 0.019 buena calibración
Bootstrap pareado vs Altman 1968	$\Delta\text{AUC} = +0.1917$	[+0.1699, +0.2145]	Local mejor por 19.2 pp
Bootstrap pareado vs Altman Z"	$\Delta\text{AUC} = +0.1502$	[+0.1295, +0.1703]	Local mejor por 15.0 pp

Tabla Tabla VI

Descomposición del Brier Score (Murphy, 1973)

Componente	Valor	Interpretación
Confiabilidad	0.000594	Excelente calibración
Resolución	0.020778	Discriminación sustancial
Incertidumbre	0.064983	Base $\bar{P}$ = 6.99%
Brier Score (total)	0.044799	Conf – Res + Inc (identidad)
Brier Skill Score	0.3106	31.1% mejora sobre climatología

D. Validación Walk-Forward Fuera de Tiempo

Tabla Tabla VII

Validación Walk-Forward Fuera de Tiempo (M1: R1+R4)

Train ≤	Prueba	N	Distress %	AUC	BSS	ECE	MCE
2018	2019	23,183	8.01%	0.7800	0.2646	0.0200	0.0439
2019	2020	26,762	6.23%	0.8452	0.3124	0.0237	0.0770
2020	2021	26,866	6.85%	0.8327	0.3205	0.0192	0.0725
2021	2022	29,134	6.97%	0.8147	0.2954	0.0182	0.0636
2022	2023	27,824	6.86%	0.8431	0.3125	0.0149	0.0801
Prom.	—	—	—	0.8231	0.3011	0.0192	0.0674

El AUC fuera de tiempo varía de 0,78 a 0,85, con un promedio de 0,82. El Brier Skill Score promedia 0,30, y el ECE promedio es 0,019. La prueba sobre 2020 usa estados financieros observados durante la pandemia COVID-19 para predecir distress contable en 2021; el AUC resultante de 0,84 demuestra que el modelo retiene discriminación predictiva en condiciones de choque macroeconómico.

E. Análisis de Calibración y Estabilidad Poblacional

E.1. Calibración a Nivel de Decil

Tabla Tabla VIII

Calibración a Nivel de Decil (M1, Prospectivo)

Decil	N	Defaults	PD predicho	Distress obs.	Error	Lift
0	15,171	396	0.42%	2.61%	-2.19pp	0.37x
1	15,171	276	0.92%	1.82%	-0.90pp	0.26x
2	15,171	274	1.27%	1.81%	-0.54pp	0.26x
3	15,171	330	1.73%	2.18%	-0.44pp	0.31x
4	15,171	334	2.39%	2.20%	+0.19pp	0.32x
5	15,171	392	3.33%	2.58%	+0.74pp	0.37x

6	15,171	493	4.71%	3.25%	+1.46pp	0.47x
7	15,171	710	7.00%	4.68%	+2.32pp	0.67x
8	15,171	1,123	11.83%	7.40%	+4.42pp	1.06x
9	15,171	6,271	36.27%	41.34%	-5.06pp	5.92x

La regresión de calibración produce pendiente = 1,1022 (IC 95% [1,0861; 1,1246]), intercepto = -0,0071 ([-0,0086; -0,0063]) y $R^2 = 0,9638$, indicando excelente calibración agregada. Los deciles más bajos no son perfectamente monótonos: el Decil 0 exhibe una tasa de distress observada de 2,61%, mientras los Deciles 1 y 2 muestran 1,82% y 1,81%. El score es más útil para identificar firmas en la región de alto riesgo (lift del decil superior = 5,92x; el top 10% captura el 59,2% de eventos de distress) que para ranking fino entre firmas de bajo riesgo. Reformulamos esta limitación con énfasis en la Sección VI.B.

E.2. Estabilidad Poblacional

Tabla Tabla IX

Índice de Estabilidad Poblacional (vs Base 2018)

Año	PSI R1	PSI R4	PSI $\hat{PD}$	Clasificación
2019	0.0102	0.0006	0.0038	✓ Estable
2020	0.0209	0.0095	0.0063	✓ Estable
2021	0.0270	0.0114	0.0280	✓ Estable
2022	0.0620	0.0078	0.0431	✓ Estable
2023	0.0434	0.0216	0.0499	✓ Estable

Todos los valores en el periodo muestral (2019-2023) permanecen por debajo del umbral de 0,10 tanto para predictores como para PD predicho, indicando características poblacionales estables.

F. Logit Pooled con Efectos Fijos de Año y Sector

Tabla Tabla X

Logit Pooled con Efectos Fijos de Año y Sector

Variable	M1 (sin EF)	M3 (EF año + sector)
constante	-1.2011*** (-54.45)	-1.5618*** (-19.93)
R1	-6.7120*** (-43.28)	-6.5782*** (-44.11)
R4	-3.4259*** (-56.48)	-3.4386*** (-57.35)
EF Año / Sector	No / No	Sí / Sí (top 30)
N	151,710	151,710
AUC	0.8257	0.8340

--	--	--

La especificación con efectos fijos produce un AUC modestamente mayor (0,834 vs 0,826), una mejora de 0,83 puntos porcentuales. Los coeficientes de R1 y R4 son económica y estadísticamente similares entre especificaciones, confirmando que el grueso del poder predictivo reside en las dos razones mismas; los efectos fijos proveen una mejora marginal consistente con heterogeneidad sectorial y macroeconómica.

G. Comparación Manzanas-con-Manzanas con Benchmarks de Altman

Una comparación precisa con benchmarks de Altman requiere que todos los modelos se evalúen en la misma muestra. Dado que los scores de Altman requieren Capital de Trabajo y Utilidades Retenidas —no reportados en la extracción post-NIIF de Supersociedades para 2018-2024— computamos todos los benchmarks sobre un panel histórico colombiano separado (2006-2018, N = 30.057 prospectivo) donde todos los insumos están disponibles. Las diferencias en valores absolutos de AUC entre el panel histórico y el panel principal reflejan parcialmente esta diferencia muestral; el mayor AUC local sobre el panel pre-NIIF es consistente con el patrón de revaluación de activos documentado en la Sección VI.B.

Tabla Tabla XI

Comparación Manzanas-con-Manzanas: Altman vs Local, Panel Histórico

Modelo	AUC	ΔAUC vs Local	IC 95% de ΔAUC	p-valor bootstrap
Logit Local R1+R4 (prospectivo)	0.8452	— (referencia)	—	—
Altman 1968 (orientado)	0.6534	-0.1917	[-0.2145, -0.1699]	≈ 0.002
Altman Z" 1995 (orientado)	0.6949	-0.1502	[-0.1703, -0.1295]	≈ 0.002

El logit local R1+R4 mejora sobre el mejor benchmark de Altman por 15,0 puntos porcentuales y sobre Altman 1968 por 19,2 puntos porcentuales ($p < 0,005$ en ambos casos). Para abordar la posible objeción de que esta comparación favorece al modelo local porque los coeficientes de Altman fueron importados, conducimos una comparación adicional contra un benchmark de Altman recalibrado sobre datos colombianos. Sobre 161.253 firmas-año, M1 alcanza AUC = 0,8208 versus 0,7872 para el Altman reducido recalibrado y 0,7428 para el Altman reducido importado, con diferencias bootstrap pareadas de +3,36 puntos porcentuales y +7,78 puntos porcentuales respectivamente.

H. Robustez Sectorial

Re-estimamos M1 separadamente dentro de cada uno de los quince mayores sectores CIIU. El AUC prospectivo varía de 0,694 (CIIU K64, intermediación monetaria) a 0,881 (CIIU 47, comercio al por menor). El modelo se desempeña más fuertemente en comercio, agricultura y alimentos ($AUC > 0,85$), y más débilmente en sectores financieros ($K64 = 0,694$, $K66 = 0,724$). Una comparación de submuestra controlada muestra AUC agregado del sector financiero = 0,7085 (IC 95% [0,682; 0,730]) versus 0,8107 ([0,792; 0,832]) para un control aleatorio del mismo tamaño del sector real. El impulsor estructural es

visible en la distribución del predictor: la mediana de R4 en K64+K66 es 0,86, comparada con 0,50 en el sector real. Las entidades clasificadas en K64/K66 en el panel de Supersociedades son predominantemente sociedades holding, vehículos de inversión y fiduciarias, no bancos captadores de depósitos sujetos a regulación prudencial. Su patrimonio en libros estructuralmente alto satura R4 cerca de su límite superior y remueve su poder discriminativo. El modelo formal es por tanto fuera de alcance para verdaderos intermediarios financieros; reformulamos esta limitación con énfasis en la Sección VI.B.

I. Modelo Cox como Robustez

Para verificar que la elección de un logit con efectos fijos no enmascare sensibilidades particulares de una especificación de duración, estimamos un modelo Cox de hazards proporcionales con covariables variantes en el tiempo R1 y R4. El modelo se ajusta sobre 38.090 firmas únicas con 173.135 intervalos firma-año y 9.350 eventos observados (la submuestra Cox excede el panel principal de 37.653 firmas porque el análisis de duración incluye 437 firmas adicionales con al menos un firma-año observado que contribuyen intervalos censurados por la derecha al risk set).

Los coeficientes estimados son $\beta_{R1} = -11,22$ y $\beta_{R4} = -0,35$, ambos con $p < 1e-6$ y signos consistentes con el logit M1. El C-statistic Cox es 0,876, seis puntos porcentuales por encima del logit M1 (0,810) sobre el mismo sub-panel. Esta brecha no debe interpretarse como superioridad estructural de la especificación de duración: una comparación con un logit re-estimado sobre el mismo sub-panel produce AUC = 0,878 —esencialmente idéntico al Cox— indicando que la ganancia aparente refleja recalibración local de coeficientes en lugar de propiedades del hazard base. El logit M1 oficial con coeficientes estimados sobre la muestra completa 2018-2024 permanece como la especificación operativa recomendada.

Una interpretación conceptual útil: R1 (rentabilidad operativa) opera primariamente como un predictor del momento de entrada al estado de distress, mientras R4 (capitalización) opera primariamente como un predictor de la persistencia en ese estado. El logit prospectivo captura ambos canales conjuntamente; el Cox los descompone modelando solo el hazard de entrada. Las dos especificaciones son complementarias, no competidoras.

J. Referencia Externa Cruzada contra Eventos Legales de Insolvencia

Las Secciones III-V calibran y validan el score sobre distress contable, definido por criterios contables (patrimonio negativo, pasivos excediendo activos, o pérdidas operativas severas). El modelo no se estima sobre eventos legales de insolvencia. Esta sección provee una referencia externa cruzada post-hoc entre los valores de PD predicho y el registro público de Supersociedades de procedimientos legales de insolvencia abiertos entre 2022 y 2025.

Procedimiento. El registro de Supersociedades distingue entre dos tipos principales de procedimiento bajo la Ley 1116 de 2006: acuerdos de reorganización o reestructuración (reorganización) y liquidación judicial; el registro también incluye un pequeño conjunto de otros procedimientos (acuerdos de adjudicación, validación judicial de acuerdos extrajudiciales). Empatamos firmas en el panel financiero con el registro de insolvencia por NIT normalizado e identificamos el año de apertura de cada procedimiento legal. Para cada firma empatada, computamos el PD predicho usando R1 y R4 medidos un año antes del evento legal, aplicando la fórmula operativa de las ecuaciones (10)-(11) y los mismos umbrales de winsorización del análisis principal.

Hallazgos. La Tabla XII reporta la distribución resultante de PD por tipo de procedimiento. La PD mediana un año antes de la apertura es 43,7% para liquidaciones (media 51,1%); el 80,5% de las liquidaciones muestra $PD \geq 10\%$ y el 60,3% muestra $PD \geq 25\%$ un año antes. Las reorganizaciones muestran concentración más débil pero todavía informativa: mediana 10,7%, con 52,9% por encima del umbral del 10%.

Tabla Tabla XII

Distribución de PD Predicho Un Año Antes de Eventos Legales de Insolvencia

Tipo de procedimiento	N	PD media t-1	PD mediana t-1	PD $\geq 10\%$	PD $\geq 25\%$	PD $\geq 50\%$
Liquidación judicial	655	51.1%	43.7%	80.5%	60.3%	47.5%
Reorganización / reestructuración	2,883	21.1%	10.7%	52.9%	22.1%	10.5%
Otros procedimientos (Ley 1116)	37	11.8%	9.0%	—	13.5%	—
Total insolvencia legal	3,575	26.5%	12.4%	57.9%	29.0%	16.7%

Cautelas interpretativas. Esta evidencia es asimétrica. Observamos la distribución de PD entre firmas que subsecuentemente experimentaron un evento legal registrado, lo cual es informativo sobre si un PD alto precede la insolvencia legal; no observamos la distribución de PD en t-1 en la población más amplia de firmas que no experimentaron eventos legales. La referencia cruzada no puede por tanto cuantificar la tasa de falsos positivos a ningún umbral de PD dado en la población, ni el tradeoff operativo que un oficial de crédito enfrentaría al usar una regla de umbral. Dicho de otra manera: podemos decir que un PD alto precede la liquidación legal en una porción sustancial de casos; no podemos decir solo a partir de este análisis cuántas firmas con PD alto no entran en insolvencia legal. La asimetría es inherente a la referencia cruzada contra un registro de eventos realizados; abordarla requeriría una variable de resultado a nivel poblacional para eventos legales que los datos disponibles no proveen. Notamos adicionalmente que el registro cubre 2022-2025, lo cual se solapa temporalmente con el periodo principal de estimación; la referencia cruzada por tanto no constituye evaluación genuina fuera de muestra en sentido temporal estricto.

Implicación. La concentración de PD predicho alto entre firmas que subsecuentemente entraron en liquidación judicial es consistente con la interpretación de que el score basado en contabilidad también responde a los fundamentos deteriorantes que preceden eventos legales. No afirmamos que el score esté

calibrado para, o validado como predictor de, la insolvencia legal. Las Secciones V.B-V.G calibran y validan el score sobre distress contable.

VI. Discusión

A. Implicaciones para Profesionales

Nuestros resultados tienen implicaciones para varias audiencias profesionales. Para oficiales de riesgo de crédito, el AUC prospectivo de 0,82 y el lift del decil superior de 5,9 sugieren que el score puede guiar recursos de monitoreo, aunque el AUC de transición de 0,65 modera las expectativas de identificar fracasos completamente nuevos. Para due diligence de banca de inversión, la parsimonia de dos razones facilita la implementación sobre datos estándar de estados financieros. Para supervisión regulatoria, el desempeño estable walk-forward, incluso en 2020, apoya el uso del score como herramienta complementaria de monitoreo. En todos los casos, el score debe entenderse como herramienta de identificación de alto riesgo más que como ordenamiento fino de firmas por riesgo de crédito.

B. Limitaciones

Selección muestral. El panel analítico comprende corporativos formales por encima de los umbrales estatutarios de reporte de Supersociedades. Pequeñas firmas, firmas informales y entidades por debajo del umbral no están en la muestra. Los coeficientes estimados y el poder discriminativo del score aplican a firmas con este perfil de tamaño y formalización y no generalizan al universo corporativo colombiano más amplio.

Alcance sectorial. La robustez sectorial (Sección V.H) documenta que el poder discriminativo del score es materialmente más débil en las divisiones CIIU K64 (intermediación monetaria, AUC = 0,694) y K66 (auxiliares financieros, AUC = 0,724), donde la mediana de $R^2 = 0,86$ satura el predictor cerca de su límite superior. Las entidades clasificadas en estas divisiones son predominantemente sociedades holding, vehículos de inversión y fiduciarias, no bancos sujetos a regulación prudencial. No recomendamos el score para evaluación de riesgo de crédito de entidades con estructuras de balance del sector financiero; especificaciones específicas del sector que incorporen razones prudenciales serían apropiadas y están fuera del presente análisis.

Cobertura temporal. El periodo de estimación (2018-2024) captura el choque COVID-19 pero no abarca un ciclo crediticio colombiano completo. El ciclo macro-crediticio colombiano incluye periodos de deterioro más pronunciado (crisis bancaria 1998-2002, crisis financiera global 2008-2009) que están enteramente fuera de la ventana post-NIIF. Si la estabilidad de la especificación parsimoniosa bajo el choque COVID se generaliza a episodios más severos del ciclo crediticio es una pregunta abierta que los datos disponibles no pueden abordar directamente.

Definición del resultado. Los resultados primarios están basados en contabilidad. Aunque la Sección V.J provee una referencia externa cruzada contra eventos legales de insolvencia, el score se calibra sobre distress contable, y la evidencia de eventos legales es asimétrica en el sentido precisado en la Sección V.J. No afirmamos que el score sea un predictor validado de insolvencia legal.

Sesgo de supervivencia. El panel prospectivo condiciona en firmas observadas tanto en año t como en año $t+1$. La Sección III.C documenta que las firmas atricionadas tienen tasas de distress en año t aproximadamente 3,7 veces las de las persistentes; la dirección del sesgo resultante en estimaciones de AUC es teóricamente ambigua. El análisis de sensibilidad muestra que el AUC prospectivo es robusto

bajo imputaciones plausibles de resultados atricionados. Un tratamiento panel-econométrico más estándar sería la ponderación por probabilidad inversa (IPW) basada en un modelo de $P(\text{atrición} \mid \text{características observadas})$; reportamos escenarios de sensibilidad en lugar de IPW porque las variables que plausiblemente impulsan la selección (tamaño de firma por debajo de umbral, fusiones, transferencias de propiedad) no son todas observables en el extracto disponible. Implementar IPW con el subconjunto observable de predictores sería una extensión natural.

Calibración en la región de bajo riesgo. La calibración agregada de la especificación parsimoniosa es buena (pendiente = 1,10, intercepto = -0,01, $R^2 = 0,96$), pero los deciles de menor riesgo no son perfectamente monótonos. El score es más útil para identificar firmas en la región de alto riesgo (lift del decil superior = 5,92x; el top 10% captura el 59,2% de eventos de distress) y no es apropiado para ranking fino entre firmas en los deciles más seguros. Los profesionales deben tratar el score como una herramienta de triaje para recursos de monitoreo más que como un ordenamiento completo de firmas por riesgo de crédito.

Patrón de revaluación de activos. La Sección V documenta 1.227 firmas-año donde alta capitalización reportada ($R4 > 0,85$) coexiste con pérdidas operativas ($R1 < -0,05$); estas firmas experimentan distress en $t+1$ a una tasa de 23,3%, versus la predicción media del score de 11,1%. El patrón es consistente con revaluaciones al alza post-NIIF de activos fijos o inversiones financieras inflando el patrimonio en libros en firmas cuyas operaciones se están deteriorando. Los usuarios del score deben inspeccionar la fuente del crecimiento reciente del patrimonio antes de confiar en $R4$ para firmas que exhiben este perfil.

Métricas de desempeño reportadas. El desempeño se reporta vía ROC-AUC con CI bootstrap, descomposición de Brier (Murphy, 1973), ECE/MCE, calibración a nivel de decil y lift. Las métricas operativas estándar para clasificadores binarios de riesgo de crédito —AUC de precisión-recall, precisión y recall en umbrales nominados de PD (10%, 25%, 50%), y matrices de confusión en puntos operativos recomendados— no se reportan en este draft y serían una extensión natural; son computables sobre los datos existentes y proveerían detalle adicional para el escenario de resultado desbalanceado (tasa base aproximadamente 7%).

Validez externa entre países. El marco es portable; las estimaciones puntuales colombianas no lo son. La replicación entre países para México, Brasil, Chile, Perú y Argentina probaría la generalización tanto de la brecha de tres estimands como de la especificación parsimoniosa a otros mercados emergentes.

VII. Conclusión

La predicción de distress basada en contabilidad es un entorno en el cual el conjunto de predictores y el resultado comparten una identidad contable, generando una forma de fuga del objetivo que es estructural en lugar de incidental. Proponemos y aplicamos un marco de tres estimands —clasificación contemporánea, predicción prospectiva y predicción de transición— que descompone la contribución de la fuga en una brecha medible entre las tres. Aplicado a 192.458 firmas-año del regulador colombiano Supersociedades para 2018-2024, los tres estimands producen valores de AUC de 0,955, 0,826 y 0,654, con la brecha de 13-30 puntos porcentuales cuantificando la magnitud del componente de dependencia definicional.

Una especificación parsimoniosa que combina rentabilidad operativa y capitalización ($R1 = \text{EBIT}/\text{Activos Totales}$, $R4 = \text{Patrimonio}/\text{Activos Totales}$) captura el contenido predictivo; un tercer predictor candidato añade esencialmente cero discriminación prospectiva. La especificación es estable en

pruebas walk-forward fuera de tiempo incluyendo el año COVID-19, mejora el AUC en 15-19 puntos porcentuales sobre benchmarks de Altman correctamente orientados en un panel histórico separado donde todos los insumos de Altman están disponibles, y produce una ventaja de AUC de 3,4 puntos porcentuales sobre una especificación reducida de Altman re-estimada localmente —consistente con la interpretación de que el tradeoff sesgo-varianza en este entorno favorece un número pequeño de predictores teóricamente fundamentados sobre especificaciones más ricas.

La contribución metodológica es portable a entornos más allá de empresas privadas colombianas y más allá de la predicción de distress: cualquier problema predictivo en el que el conjunto de predictores y el resultado compartan una identidad contable admite la misma descomposición de tres estimands. Las estimaciones puntuales colombianas ilustran el marco en lugar de constituir su afirmación principal. El score no se recomienda para entidades con estructuras de balance del sector financiero (CIU K64, K66).

Varias extensiones son naturales. La replicación entre países a través de Latinoamérica probaría si la brecha de tres estimands es similarmente grande en otros regímenes contables de mercados emergentes. La integración de eventos legales de insolvencia como un resultado propiamente estimado —en lugar de como una referencia cruzada post-hoc— requeriría acceso a una variable de resultado a nivel poblacional que los datos actuales no proveen. La ponderación por probabilidad inversa para la corrección de atrición del panel, la adición de métricas operativas estándar (PR-AUC, precisión y recall en umbrales nominados, matrices de confusión), extensiones de machine learning para la región de bajo riesgo donde el logit parsimonioso exhibe ranking no monótono, y especificaciones específicas del sector para intermediarios financieros son todas direcciones prometedoras.

Apéndice A. Fórmulas Operativas de Scoring y Ejemplos Trabajados

Proveemos fórmulas explícitas de scoring para la especificación recomendada y una complementaria de transición. Los coeficientes se estiman sobre la muestra prospectiva completa ($N = 151.710$) para M1 y sobre la muestra de transición ($N = 142.214$) para la especificación de transición.

A.1. Score de Pronóstico Recomendado (M1: R1 + R4)

$$z = -1.2011 + (-6.7120) \cdot R1 + (-3.4259) \cdot R4 \quad (A1)$$

$$P(\text{DISTRESS}_{\{t+1\}} = 1) = 1 / (1 + \exp(-z)) \quad (A2)$$

A.2. Especificación de Transición

$$z = -2.4172 + (-3.9491) \cdot R1 + (-1.4902) \cdot R4 \quad (A3)$$

Esta especificación es apropiada al aplicar el score a firmas no actualmente en distress financiero. El AUC de transición es 0,6543 (IC 95% [0,6426; 0,6608]).

A.3. Ejemplos Trabajados

Ejemplo 1 — Firma de riesgo por debajo del promedio. Considere una firma con $\text{EBIT}/\text{AT} = 0,05$ y $\text{Patrimonio}/\text{AT} = 0,40$.

$$z = -1.2011 + (-6.7120) \cdot (0.05) + (-3.4259) \cdot (0.40) = -2.9071$$

$$P(\text{DISTRESS}) = 1 / (1 + \exp(2.9071)) = 0.0518 = 5.18\%$$

Esta firma está por debajo de la tasa incondicional de distress de 6,99%, indicando riesgo por debajo del promedio. Bajo un umbral de decisión de $PD \geq 10\%$, esta firma NO sería marcada para monitoreo de crédito.

Ejemplo 2 — Firma de alto riesgo. Considere una firma con $EBIT/AT = -0,02$ y $Patrimonio/AT = 0,10$.

$$z = -1.2011 + (-6.7120) \cdot (-0.02) + (-3.4259) \cdot (0.10) = -1.4095$$

$$P(\text{DISTRESS}) = 1 / (1 + \exp(1.4095)) = 0.1963 = 19.63\%$$

Esta firma está aproximadamente 2,8 veces la tasa incondicional, ubicándola en los deciles superiores de riesgo predicho. Bajo umbrales operativos de $PD \geq 10\%$ o $PD \geq 25\%$, sería marcada para monitoreo prioritario.

Declaraciones

Disponibilidad de Datos

Los datos se obtienen de la base Estados Financieros de Supersociedades, disponible en <https://www.supersociedades.gov.co/portafolio-de-servicios/sirem>. La versión usada corresponde a presentaciones firma-año para años fiscales 2018-2024. El código de replicación (Python) y una instantánea del panel analítico limpio se depositarán en un repositorio público al momento de aceptación, con DOI persistente.

Financiamiento

Esta investigación no recibió financiamiento específico de ninguna agencia de los sectores público, comercial o sin fines de lucro.

Conflictos de Interés

El autor declara no tener conflictos de interés. El autor trabaja en banca de inversión y valoración corporativa en Colombia; ningún empleador o cliente del autor ha revisado, patrocinado o influido en el contenido de este paper.

Declaración de Ética

Esta investigación usa datos regulatorios de estados financieros disponibles públicamente y no involucra sujetos humanos, información personal ni intervenciones experimentales. No se requirió aprobación ética.

Referencias

Adams, J., D. Hayunga, S. Mansi, D. Reeb, y V. Verardi, 2019, Identifying and treating outliers in finance, *Financial Management* 48, 345-384.

Altman, E. I., 1968, Financial ratios, discriminant analysis and the prediction of corporate bankruptcy, *Journal of Finance* 23, 589-609.

Altman, E. I., 1995, Emerging market corporate bonds: A scoring system, en *The Future of Emerging Market Flows*, J. P. Morgan & Salomon Brothers, 23-30.

Bai, Y., y C. J. Green, 2020, Country and industry factors in tests of capital asset pricing models for partially integrated emerging markets, *Economic Modelling* 92, 180-194.

- Beaver, W. H., 1966, Financial ratios as predictors of failure, *Journal of Accounting Research* 4, 71-111.
- Caicedo-Cerezo, E., 2006, Análisis discriminante aplicado al modelo de predicción de quiebra para empresas colombianas, *Cuadernos de Administración* 19, 31-66.
- Campbell, J. Y., J. Hilscher, y J. Szilagyi, 2008, In search of distress risk, *Journal of Finance* 63, 2899-2939.
- DeLong, E. R., D. M. DeLong, y D. L. Clarke-Pearson, 1988, Comparing the areas under two or more correlated receiver operating characteristic curves: A nonparametric approach, *Biometrics* 44, 837-845.
- Hosmer, D. W., y S. Lemeshow, 2000, *Applied Logistic Regression*, 2da ed. (Wiley).
- Hyndman, R. J., y G. Athanasopoulos, 2018, *Forecasting: Principles and Practice*, 2da ed. (OTexts).
- Kaufman, S., S. Rosset, y C. Perlich, 2012, Leakage in data mining: Formulation, detection, and avoidance, *ACM Transactions on Knowledge Discovery from Data* 6, Artículo 15.
- Murphy, A. H., 1973, A new vector partition of the probability score, *Journal of Applied Meteorology* 12, 595-600.
- Ohlson, J. A., 1980, Financial ratios and the probabilistic prediction of bankruptcy, *Journal of Accounting Research* 18, 109-131.
- Pereiro, L. E., 2001, The valuation of closely-held companies in Latin America, *Emerging Markets Review* 2, 330-370.
- Pereiro, L. E., 2010, The beta dilemma in emerging markets, *Journal of Applied Corporate Finance* 22, 110-122.
- Sarmiento-Sabogal, J., y M. Sadeghi, 2014, Unlevered betas and the cost of equity capital: An empirical approach, *North American Journal of Economics and Finance* 30, 90-105.
- Sarmiento-Sabogal, J., y M. Sadeghi, 2015, Estimating the cost of equity for private firms using accounting fundamentals, *Applied Economics* 47, 288-301.
- Sarmiento-Sabogal, J., M. Sadeghi, J. Sandoval, y E. Cayón, 2021, The application of proxy methods for estimating the cost of equity for unlisted companies: evidence from listed firms, *Review of Quantitative Finance and Accounting* 57, 1009-1031.
- Shumway, T., 2001, Forecasting bankruptcy more accurately: A simple hazard model, *Journal of Business* 74, 101-124.